

Дана матрица B ранга n . В частном случае, если ранг матрицы равен $n = 3$ -

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{32} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 4 & 6 & 5 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

Задача 4.1. Построить программу транспонирования матрицы B^T , введя значения элементов исходной матрицы

Пояснения.

Транспонированная матрица строится из исходной матрицы заменой строк на столбцы

Пример программы (C++):

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    // Объявляем массив n*m  A - исходная матрица
    //          B - транспонированная матрица
    const int n = 2;
    const int m = 3;
    int A[n][m], B[m][n]; // Первый индекс - число строк
                          // Второй индекс - число столбцов
    // Создаём исходную матрицу
    for (int i = 1; i <= n; i++) {
        for (int j = 1; j <= m; j++) cin >> A[i][j]; }
    // Печатаем исходную матрицу
    cout << " Матрица A " << endl;
    for (int i = 1; i <= n; i++) {
        for (int j = 1; j <= m; j++)
            {cout.width(2); cout << A[i][j] ;}
        cout << endl; }
    // Создаём транспонированную матрицу B
    for (int i = 1; i <= n; i++) {
        for (int j = 1; j <= m; j++) B[j][i] = A[i][j]; }
    // Печатаем транспонированную матрицу B
    cout << " Матрица B " << endl ;
    for (int i = 1; i <= m; i++) {
        for (int j = 1; j <= n; j++)
            {cout.width(2); cout << B[i][j] ;}
        cout << endl; }
    return 0;
}
```

Результат работы программы –

```
1
2
3
4
5
6
```

Матрица А

1 2 3

4 5 6

Матрица В

1 4

2 5

3 6

Задача 4.2

Построить программу расчета для произвольной матрицы

- а) Суммы элементов матрицы В, лежащих на главной диагонали
- в) Определителя матрицы В
- с) Обратной матрицы B^{-1}

Пояснения.

$$B^{-1} = \frac{1}{|B|} B_+^T$$

$|B|$ - определитель матрицы В. B_+^T – транспонированная матрица алгебраических дополнений.

$$|B| = b_{11} * \begin{vmatrix} b_{22} & b_{23} \\ b_{32} & b_{33} \end{vmatrix} - b_{12} * \begin{vmatrix} b_{21} & b_{23} \\ b_{31} & b_{33} \end{vmatrix} + b_{13} * \begin{vmatrix} b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{vmatrix}$$

Элементы матрицы миноров $M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{32} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix}$ рассчитываются через

определители исходной матрицы после вычеркивания элементов, стоящих на столбцах и строках. Например, $m_{12} = \begin{vmatrix} b_{21} & b_{23} \\ b_{31} & b_{33} \end{vmatrix}$.

Матрица алгебраических дополнений формируется из матрицы М путем изменения знака у каждого второго элемента –

$$B_+ = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{32} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix}$$

Транспонированная матрица B_+^T получается из B_+ путем симметричной перестановки элементов относительно главной диагонали.

Пример программы (Java):

```
package pr1;
public class rr {
    public static void main(String[] args) {

        // Определение элементов массива
        double [ ] [ ] a = { {3, 1, 2 }, {4, 6, 5}, {7, 8, 9} };
        double [ ] [ ] c, p;
        int n = 3;
        c = new double [n][n];
        p = new double [n][n];
    }
}
```

```

        System.out.println("                Матрица а ");
        for (int j=0; j<n; j++){
            for (int i=0; i<n; i++) System.out.print(" "+a[j][i]);
            System.out.println(); }

        System.out.println("                Определитель а ");
        double d=a[0][0]*(a[1][1]*a[2][2]-a[1][2]*a[2][1])-
            a[0][1]*(a[1][0]*a[2][2]-a[1][2]*a[2][0])+
            a[0][2]*(a[1][0]*a[2][1]-a[1][1]*a[2][0]);
        System.out.println(" Определитель "+d);
        System.out.println();
        System.out.println("                Матрица алгебраических дополнений матрицы а
");
        c[0][0] = +(a[1][1]*a[2][2]-a[1][2]*a[2][1]);
        c[0][1] = -(a[1][0]*a[2][2]-a[1][2]*a[2][0]);
        c[0][2] = +(a[1][0]*a[2][1]-a[1][1]*a[2][0]);

        c[1][0] = -(a[0][1]*a[2][2]-a[0][2]*a[2][1]);
        c[1][1] = +(a[0][0]*a[2][2]-a[0][2]*a[2][0]);
        c[1][2] = -(a[0][0]*a[2][1]-a[0][1]*a[2][0]);

        c[2][0] = +(a[0][1]*a[1][2]-a[1][1]*a[0][2]);
        c[2][1] = -(a[0][0]*a[1][2]-a[0][2]*a[1][0]);
        c[2][2] = +(a[0][0]*a[1][1]-a[1][0]*a[0][1]);

        for (int j=0; j<n; j++){
            for (int i=0; i<n; i++) System.out.print(" "+c[j][i]);
            System.out.println(); }

        System.out.println("                Транспонированная матрица алгебраических
дополнений матрицы а ");
        double dd=0;
        for (int j=0; j<n; j++)
        for (int i=0; i<n; i++)
            if (i>j){ dd = c[j][i]; c[j][i] = c[i][j]; c[i][j] = dd; }

        for (int j=0; j<n; j++){
            for (int i=0; i<n; i++) System.out.print(" "+c[j][i]);
            System.out.println(); }

        if(Math.abs(d) > 1.0e-10){
            System.out.println("                Обратная матрица к матрице а ");
            for (int j=0; j<n; j++)
            for (int i=0; i<n; i++) c[j][i] = c[j][i]/d;

            for (int j=0; j<n; j++){
                for (int i=0; i<n; i++) System.out.print(" "+c[j][i]);
                System.out.println(); }

            // Проверка обратной матрицы
            System.out.println();
            System.out.println("                Произведение матрицы а на обратную матрицу к а
");
            for (int j=0; j<n; j++){
                for (int i=0; i<n; i++) { p[j][i] = 0;
                    for (int k=0; k<n; k++) p[j][i]+=a[j][k]*c[k][i];
                    System.out.print(" "+p[j][i]); } System.out.println();
            }
        } else System.out.println("                Обратная матрица не существует ");

```

```
}  
}
```

Результат работы программы -

Матрица a

```
3.0  1.0  2.0  
4.0  6.0  5.0  
7.0  8.0  9.0
```

Определитель a

Определитель 21.0

Матрица алгебраических дополнений матрицы a

```
14.0  -1.0  -10.0  
7.0   13.0  -17.0  
-7.0  -7.0   14.0
```

Транспонированная матрица алгебраических дополнений матрицы a

```
14.0  7.0  -7.0  
-1.0  13.0 -7.0  
-10.0 -17.0 14.0
```

Обратная матрица к матрице a

```
0.6666666666666666  0.3333333333333333  -0.3333333333333333  
-0.047619047619047616  0.6190476190476191  -0.3333333333333333  
-0.47619047619047616  -0.8095238095238095  0.6666666666666666
```

Произведение матрицы a на обратную матрицу к a

```
1.0  0.0  0.0  
0.0  1.0  0.0  
-8.881784197001252E-16  0.0  1.0
```